

Leonardo y Luca

una
sólida
relación

Una exposición de

Ricardo Alonso

y

Daniel Sierra



Patronato Fundación
Nuestra Señora del Pilar
Monreal del Campo



INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Salvador Victoria



Leonardo da Vinci (Vinci, 1452-Amboise, 1519)

Ejemplo paradigmático de hombre renacentista. Gran observador de la naturaleza, con una enorme curiosidad, intuición y capacidad de inventiva.



Luca Pacioli (Sansepolcro, 1445-1517)

Fraile franciscano en cuyas obras, escritas en lengua vulgar, recogió las matemáticas de su tiempo, incluyendo contabilidad, ajedrez, geometría...

Leonardo da Vinci entró al servicio de Ludovico Sforza, duque de Milán, como pintor de corte e ingeniero en 1482. Conoció a Luca Pacioli cuando este fue a Milán a enseñar matemáticas, hacia 1496.

En esta época Pacioli escribió su obra más famosa *De divina proportione*. El tema central de este libro es la proporción áurea y en él se hace, además, una detallada descripción de algunos poliedros, entre ellos los regulares.

Leonardo da Vinci se encargó de realizar las 60 ilustraciones que acompañan al texto. Probablemente se trata de los primeros dibujos de esqueletos de sólidos que permitan una fácil distinción visual entre la parte frontal y la trasera.

Para expresarle su agradecimiento Luca Pacioli escribió: «El mejor pintor de perspectiva, arquitecto, músico, el hombre dotado de todas las virtudes, Leonardo da Vinci, que dedujo y elaboró una serie de diagramas de sólidos regulares.»

Los dibujos muestran distintas visiones de los poliedros regulares: **sólidos** (solidus), **huecos** (vacuus), **truncados** (abscisus) y **estrellados** (elevatus).

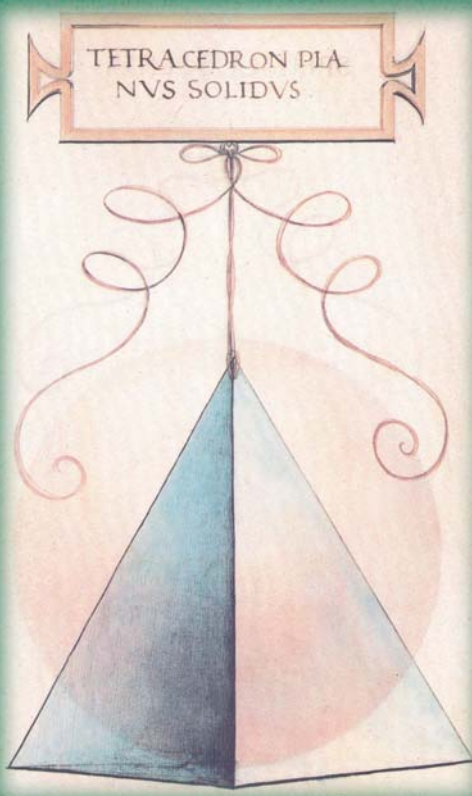
Esta exposición hace un recorrido por estos cuerpos y sus características, buscando ejemplos en la vida real.





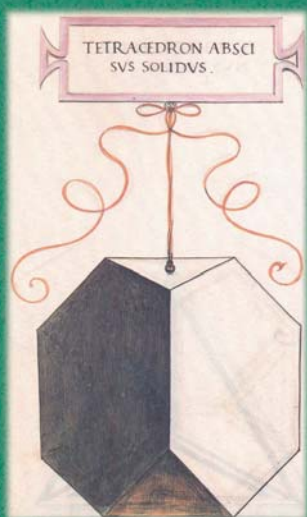
En su obra *Timeo*, Platón (s. IV a.C),

siguiendo las corrientes pitagóricas, asocia cada uno de los cinco poliedros regulares a un elemento. «... la figura sólida del tetraedro es el elemento y el germen del fuego.»



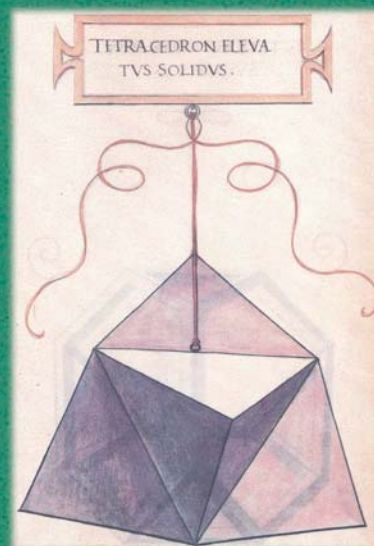
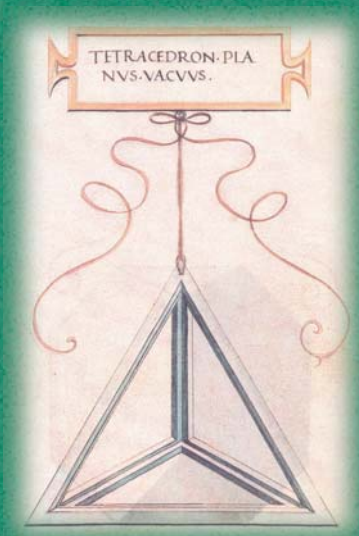
Así lo contó Luca

«El tetraedro plano, sólido o hueco está formado por seis líneas iguales que contienen doce ángulos superficiales y forman entre sí cuatro sólidos y forman entre sí cuatro bases triangulares equiláteras y equiángulas.» (Capítulo XLVIII)



En cada vértice se cortan a la misma distancia las aristas que concurren en él. De esta forma aparece un triángulo en lugar del vértice. Las caras del tetraedro original se convierten en otros polígonos, hexágonos. Aparece un nuevo poliedro, el tetraedro truncado.

¿Qué ocurre si se cortan las aristas por la mitad?



Si sobre cada cara del tetraedro se levanta una pirámide aparecerá el tetraedro elevado o estrellado. Todas las caras de este nuevo poliedro son iguales.

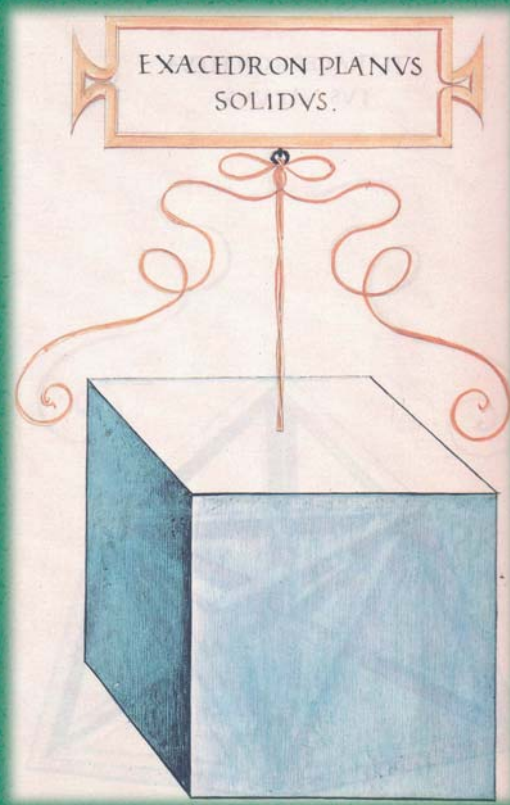
¿Puedes encontrar una estrategia para contarlas?

Tetraedro





«A la tierra le atribuimos la figura cúbica, porque la tierra es el *elemento* más difícil de mover, el más tenaz, el de las bases más sólidas.»
Timeo (Platón)



Así lo contó Luca

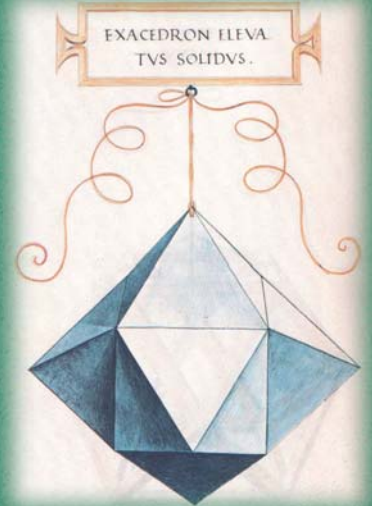
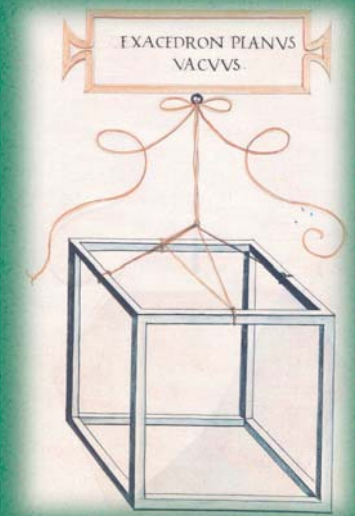
«El hexaedro o cubo plano, sólido o hueco tiene doce líneas, lados o costados, veinticuatro ángulos superficiales, ocho ángulos sólidos y seis bases o superficies que lo contienen, todas cuadradas, equiláteras y también equiángulas, similares a la forma del diabólico instrumento que se llama dado o taxillo.»
 (Capítulo XLIX)



Al cortar las aristas a la misma distancia del vértice más próximo, en cada uno de estos aparece un triángulo, pues son tres las aristas que concurren en cada vértice. Y las caras del cubo se convierten en octógonos.

El triángulo más grande que puede aparecer en cada vértice es el que tiene por lado la mitad de la arista del cubo. Observa que el polígono en que se convierte cada cara del cubo es ahora un cuadrado. Este poliedro se conoce con el nombre de cuboctaedro.

Luca Pacioli



Una nueva estrella aparece al construir pirámides sobre cada cara del cubo. En cada una se levantan cuatro triángulos, es decir, 24 en total.

Para contar las aristas puedes seguir un proceso similar.

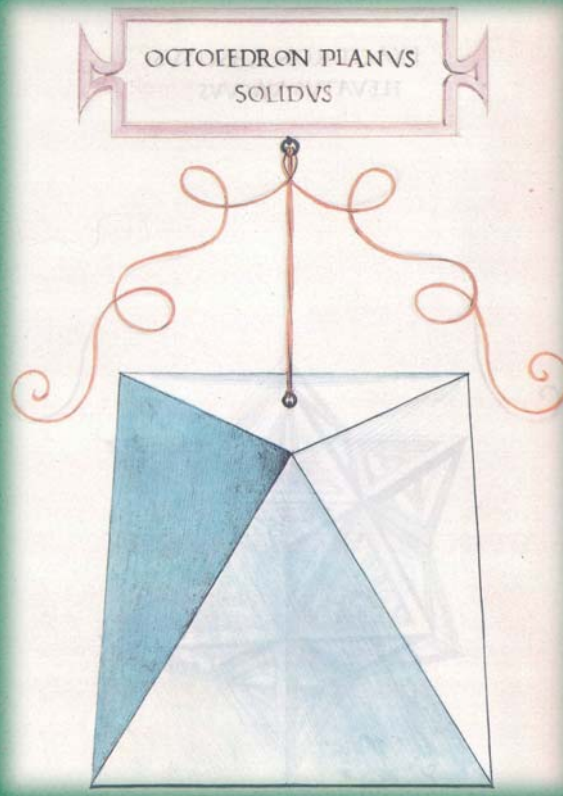
Cubo o hexaedro





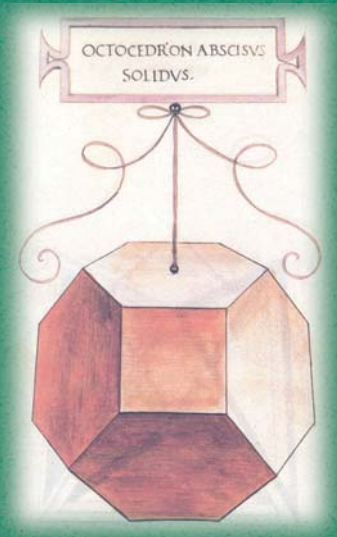
«... la segunda forma en orden de nacimiento es el elemento del aire.»(Platón)

En su obra *Harmonices Mundi* de 1619, Kepler incluye dibujos alusivos a esta asociación.



Así lo contó Luca

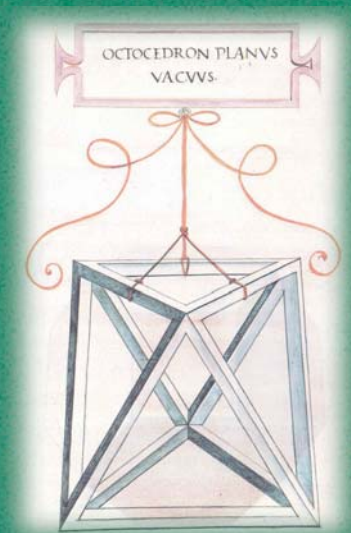
«El octaedro plano, sólido o hueco tiene doce líneas, veinticuatro ángulos superficiales y seis sólidos y está contenido por ocho bases triangulares equiláteras y equiángulas, como se nos presenta en su propia forma material.»
(Capítulo L)



El número de caras que concurren en un vértice es cuatro. Eso da lugar a cuadrados cuando se trunca el octaedro. Y las caras, triangulares en principio, se convierten en hexagonales, como se aprecia en el dibujo de Leonardo.

Pero al llevar el corte a la mitad de la arista, aparece de nuevo el cuboctaedro.

Go. Leonardo



Al elevar el octaedro con pirámides apoyadas sobre cada cara, el nuevo poliedro tiene la forma de dos grandes tetraedros encajados.

A esta figura Kepler la llamó *Stella octangula*.

Octaedro

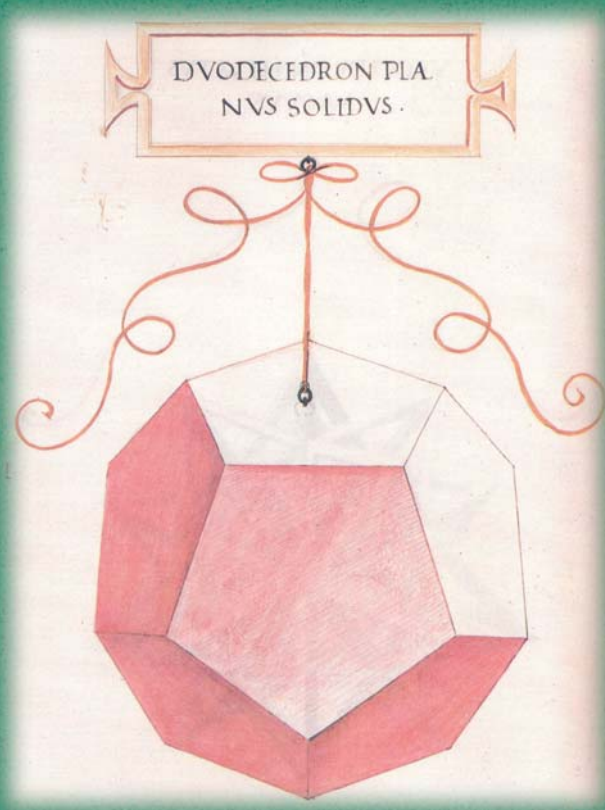




«Quedaba aún una sola y única combinación;

el Dios se sirvió de ella para el Todo cuando esbozó su disposición final.»

Timeo (Platón)



Así lo contó Luca

«El dodecaedro plano sólido o hueco tiene treinta líneas o lados iguales que forman en él sesenta ángulos superficiales, y tiene veinte ángulos sólidos y doce bases o superficies que lo contienen. Estas son todas pentagonales, de las y ángulos iguales entre sí, como se deduce de su forma.» (Capítulo L)



Repitiendo el proceso de truncamiento seguido en otros poliedros, cada vértice aporta un triángulo y las caras pentagonales se convierten en decágonos.

En el caso límite, al truncar por la mitad de las aristas, el polígono de diez lados se convierte en pentágono, como en el dibujo de Leonardo.



Levantando sobre cada cara pirámides de base pentagonal cuyas caras laterales son triángulos equiláteros aparece este poliedro. En el caso de que los triángulos sean isósceles el poliedro se conoce como *pequeño dodecaedro estrellado*, así llamado por Kepler en su obra *Harmonices Mundi* (1619)

Dodecaedro

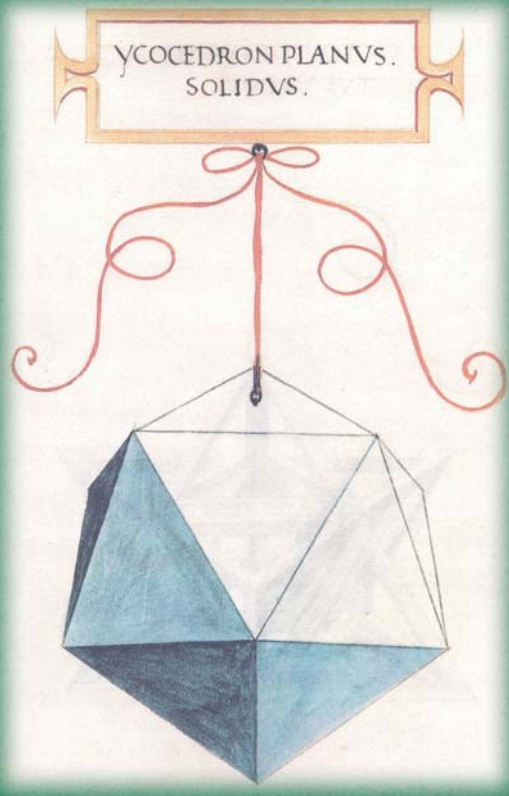
Leonardo y Luca: una sólida relación





«El icosaedro es el más espeso y más tosco de estos tres

elementos, es el del agua. El agua penetra la tierra de manera que todo lo llena y no deja ningún vacío.»
Timeo (Platón)



Así lo contó Luca

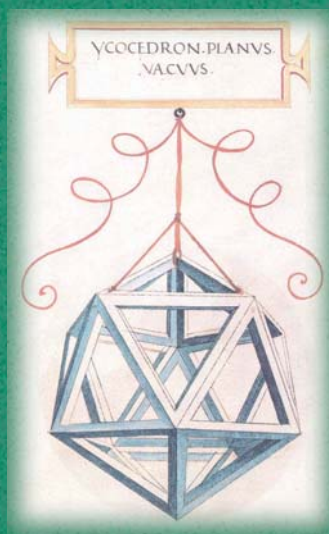
«El icosaedro plano sólido o hueco contiene treinta líneas o lados iguales entre sí, que dan lugar en él a sesenta ángulos superficiales y doce sólidos y también forman en él veinte bases, todas triangulares, equiláteras y equiángulas.»
 (Capítulo LI)



Los polígonos que aparecen al truncar los vértices son pentágonos y las caras se transforman en hexágonos. Así lo muestra el dibujo de Leonardo. Observa que cada pentágono está rodeado enteramente de hexágonos mientras que éstos lo están alternativamente de hexágonos y pentágonos.

Sin embargo, al truncarlo por la mitad de la arista se llega al mismo poliedro que se llega desde el dodecaedro.

Luca Pacioli



Leonhard Euler (1707-1783) estableció que en todo poliedro convexo el número de caras (C), vértices (V) y aristas (A) guardan esta relación

$$C + V = A + 2$$

(se puede comprobar en todos los poliedros de la exposición)

Icosaedro

Leonardo y Luca: una sólida relación





Rotterdam



Faro de Orlón, Teruel



Calle Pelayo, Barcelona



CosmoCaixa, Barcelona



Plaza de Cataluña, Barcelona

Plaza de Europa, Zaragoza



Muelle de Gijón



Parque de Eibar



Biblioteca de Minsk



¿Los reconoces?

Leonardo y Luca: una sólida relación

